УДК 378.147.88

ПРАВИЛЬНО ЛИ МЫ СЧИТАЕМ СРЕДНЕЕ?

Денисковец А.А.[1], Павлючик П.Б.[2], Тыщенко В.Ю.[2]
[1]-УО «Гродненский государственный аграрный университет»
[2]-УО «Гродненский государственный университет им. Янки Купалы»
г. Гродно, Республика Беларусь

В статистике средние величины применяются в качестве важнейших характеристик вариационного ряда. Именно *средняя величина* является обобщающим количественным показателем статистической совокупности, который погашает различия индивидуальных значений, позволяя при этом сравнивать разные совокупности между собой.

Средние величины бывают разного вида, а их выбор необходимо согласовывать с природой реальной совокупности и признака, подлежащего усреднению.

К наиболее употребительным средним относятся *структурные* или *порядковые* (мода, медиана, квартили, децили и др.) и *суммальные* (степенные, логарифмические, показательные, параболические и др.).
Подробнее со средними величинами можно ознакомиться, например, в справочном пособии [1] или других источниках по статистике.

Мы рассмотрим лишь некоторые степенные средние.

По определению [1] *степенная средняя* является корнем степени z из средней арифметической z-ых степеней вариантов. Для несгруппированных вариантов $x_1, x_2, \ldots, x_n$ степенная средняя $\bar{x}_z$ порядка z вычисляется по формуле простой невзвешенной средней

$$\bar{x}_z = \sqrt[z]{\frac{x_1^z + x_2^z + \ldots + x_n^z}{n}}, \tag{1}$$

а для сгруппированных вариантов $x_1, x_2, \ldots, x_k$ – по формуле взвешенной степенной средней

$$\bar{x}_z = \sqrt[z]{\frac{m_1 x_1^z + m_2 x_2^z + \ldots + m_k x_k^z}{m_1 + m_2 + \ldots + m_k}}, \tag{2}$$

где $m_i, i = \overline{1,k},$ – частота, показывающая, сколько раз встречается i-ое значение x_i усредняемого признака, $n = \sum_{i=1}^{k} m_i$ – объем выборки.

Полагая в формулах (1) и (2) показатель степени z последовательно равным числам $-1, 0, 1, 2$ и 3, будем получать соответственно формулы для расчета средней гармонической $\bar{x}_{\text{гарм}}$, средней геометрической $\bar{x}_{\text{геом}}$, средней арифметической $\bar{x}$, средней квадратической $\bar{x}_{\text{кв}}$, средней кубической $\bar{x}_{\text{куб}}$ (см. таблица 1). Для одних и тех же исходных данных с увеличением показателя z большими становятся и значения степенной средней, то есть выполняется *можорантность средних*: $\bar{x}_{\text{гарм}} \le \bar{x}_{\text{геом}} \le \bar{x} \le \bar{x}_{\text{кв}} \le \bar{x}_{\text{куб}}$. При этом различие между ними зависит от величины коэффициента вариации рассматриваемой совокупности: чем больше коэффициент вариации, тем сильнее различаются по величине показатели среднего положения.

К сведению, средняя линия MN трапеции равна среднему арифметическому длин ее оснований, а длина отрезка EF, проходящего через точку пересечения диагоналей трапеции параллельно основаниям, равна среднему гармоническому длин оснований (рис. 1):

$$MN = \frac{AD + BC}{2}, \quad EF = \frac{2}{\frac{1}{AD} + \frac{1}{BC}}.$$

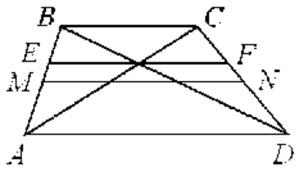

Рисунок 1.

Таблица 1. Формулы расчета различных степенных средних.

Вид средней	Формула расчета	
	Простая	Взвешенная
Гармоническая	$\bar{x}_{\text{гарм}} = \dfrac{n}{\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{x_i}}$	$\bar{x}_{\text{гарм}} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{k} m_i}{\sum\limits_{i=1}^{k}\dfrac{m_i}{x_i}}$
Геометрическая	$\bar{x}_{\text{геом}} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}$	$\bar{x}_{\text{геом}} = \sqrt[n]{x_1^{m_1} \cdot x_2^{m_2} \cdot \ldots \cdot x_k^{m_k}}$
Арифметическая	$\bar{x} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i$	$\bar{x} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{k} m_i x_i$
Квадратическая	$\bar{x}_{\text{кв}} = \sqrt{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2}$	$\bar{x}_{\text{кв}} = \sqrt{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{k} m_i x_i^2}$
Кубическая	$\bar{x}_{\text{куб}} = \sqrt[3]{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^3}$	$\bar{x}_{\text{куб}} = \sqrt{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{k} m_i x_i^3}$

Пример 1. При измерении скорости воды в реке на трех отрезках русла получены следующие результаты: 10, 15 и 20 м/с. Среднее гармоническое $\bar{x}_{\text{гарм}} = \dfrac{3}{1/10 + 1/15 + 1/20} = 13{,}8$ м/с. Если же среднюю скорость рассчитать по среднему арифметическому, то ее величина будет $\bar{x} = \dfrac{10+15+20}{3} = 15$ м/с. Различие считается существенным в тех случаях, когда необходима высокая точность.

Пример 2. Пусть цена трех видов товаров за единицу продукции равна 50, 40 и 60 ден. ед., а сумма реализаций этих товаров – 500, 600, 1200 ден. ед., соответственно. Тогда при расчете средней цены мы должны пользоваться отношением суммы реализации к количеству реализованных единиц. Но нам неизвестно количество реализованных единиц (речь идет о разных товарах), но зато известны суммы реализаций этих различных товаров. Среднюю цену реализованных товаров найдем по формуле взвешенной гармонической средней, условно взяв за m_i суммы реализаций товаров, а за x_i – соответствующие цены за единицу продукции: $\bar{x} = \dfrac{500 + 600 + 1200}{\frac{500}{50}+\frac{600}{40}+\frac{1200}{60}} = 51{,}1$ (ден. ед.). Если же среднюю цену рассчитать по формуле средней арифметической, то получим неверный результат $\bar{x} = \dfrac{50 + 40 + 60}{3} = 50$ (ден. ед.), ибо неучтено количество проданных товаров.

Пример 3. В 2013 году выручка выросла на 12 % от уровня 2012 года, а в 2014 году – на 42 % от 2013 года. На сколько процентов росла выручка в среднем за год?

Можно предположить, что есть несколько вариантов усреднения. Во-первых, среднее арифметическое: $\dfrac{12 + 42}{2} = 27\ \%$. Во-вторых, сложный процент: $1{,}12 \cdot 1{,}42 = 1{,}5904$, то есть $59{,}04\ \%$ за два года или $29{,}52\ \%$ за год. Но усреднение предполагает, что применив его к каждому году, мы должны получить тот же результат, что и при использовании исходных данных. Среднее арифметическое: $1{,}27 \cdot 1{,}27 = 1{,}6129$ (на 61,29 %). Сложный процент: $1{,}2952 \cdot 1{,}2952 = 1{,}6775$ (на 67,75 %). Результаты мало того, что разные, так и оба неправильные, ибо выручка за два года выросла на $59{,}04\ \%$. Правильным усреднением является среднее геометрическое: $\bar{x}_{\text{геом}} = \sqrt{1{,}12 \cdot 1{,}42} = \sqrt{1{,}5904} = 1{,}2611$, то есть средний прирост за год составит $26{,}11\ \%$, ибо $1{,}2611 \cdot 1{,}2611 = 1{,}5904$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Венецкий, И.Г. Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе / И. Г. Венецкий, В. И. Венецкая. – М.: Изд-во «Статистика», 1974.– 279 с.