

УДК 636.2.034 (470.12)

**ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ
ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ
ПРОИЗВОДСТВА МОЛОКА**

О. Н. Будько¹, В. С. Захарова²

¹ – УО «Гродненский государственный университет им. Я. Купаль»,

² – УО «Гродненский государственный аграрный университет»,
г. Гродно, Республика Беларусь

(Поступила в редакцию 11.06.2015 г.)

***Аннотация.** В работе рассматриваются возможности применения аппарата производственных функций в экономике, обоснована важность проблемы повышения эффективности молокопроизводства в Республике Беларусь, построена степенная и линейная производственные функции с помощью корреляционно-регрессионного анализа, проведен анализ качества построенных моделей.*

Для проведения расчетов использовалось средство Анализ данных табличного процессора MS Excel.

***Summary.** In this paper we consider the possibility of using the apparatus of production functions in the economy, proved the importance of the problem of increasing the efficiency of milk production in the Republic of Belarus, by the technique of regression analysis constructed a power and a linear production function, the analysis of the quality of the constructed models.*

Введение. Молочное скотоводство является одной из главных животноводческих отраслей республики Беларусь. Оно дает свыше 25% валовой продукции сельского хозяйства и в связи с этим требует пристального внимания к вопросам своего развития.

Основная цель функционирования молочного скотоводства – это производство молока. Его развитию способствуют природные условия республики, в первую очередь высокая насыщенность сельскохозяйственных угодий пастбищами и сенокосами.

Мировой экспорт молокопродуктов в пересчете на молоко составляет около 40 млн. т, т. е. 5,7% от общего мирового объема производства. Беларусь, производя 1,4% мировых объемов молока, в экспорте молочных продуктов занимает около 5%, а по маслу сливочному – около 9%. Внутри республики потребляется около 46% производимой молочной продукции, остальное экспортируется [1].

Согласно Республиканской программе развития молочной отрасли в 2010–2015 гг. валовое производство молока в 2015 г. должно увеличиться до 10 млн. т против 5,6 млн. т по итогам 2009 г. Эффективность производства молочных продуктов должна увеличиться за счет снижения затрат, роста производительности труда, а также улучшения качества молочного сырья и увеличения глубины его переработки [2].

Цель работы: построить производственную функцию эффективности производства молока предприятиями АПК Гродненской области на основе выбранной системы показателей.

Производственные функции в экономике. Производственная функция представляет собой экономико-математическую количественную зависимость между величинами выпуска (y) и факторами производства (x_1, x_2, \dots, x_n). В макроэкономических моделях за факторы производства чаще всего принимают труд (L) и капитал (K). Производственные функции могут иметь разные области использования. Принцип «затраты–выпуск» может быть реализован как на микро-, так и на макроэкономическом уровне. Если в роли производственной системы выступает отдельное предприятие (фирма), то имеем микроэкономическую производственную функцию. На микроэкономическом уровне в роли производственной системы может выступать также отрасль, межотраслевой производственный комплекс.

Производственная функция может быть использована для описания взаимосвязи между годовыми затратами труда в масштабе региона или страны в целом и годовым конечным выпуском продукции (или доходом). Здесь в роли производственной системы выступает регион или страна в целом, имеем макроэкономический уровень и макроэкономическую производственную функцию. Микро- и макроэкономические производствен-

ные функции строятся и активно используются для решения трех типов задач: анализа, планирования и прогнозирования [3, с. 156].

Материал и методика исследований. В работе использованы статистические данные из отчетов 136 предприятий АПК Гродненской области за 2012 г. Для проведения исследования была сформирована система показателей, которые характеризуют продуктивность, затратность и кормовую базу производства молока в хозяйствах. Система показателей представляет собой совокупность следующих данных [4]:

- X_1 – среднегодовое поголовье, голов;
- X_2 – выход продукции на 1 корову, т;
- X_3 – себестоимость 1 т молока, млн. руб.;
- X_{41} – общие затраты на 1 т молока, млн. руб.;
- X_{42} – общие затраты на 1 голову, млн. руб.;
- X_{51} – затраты на корма на 1 т молока, млн. руб.;
- X_{52} – затраты на корма на 1 голову, млн. руб.;
- X_6 – оплата труда на 1 т молока, млн. руб.;
- X_{71} – трудоемкость 1 т молока, тыс. чел.-ч.;
- X_{72} – затраты труда на 1 голову, тыс. чел.-ч.;
- X_{81} – кормоемкость 1 т молока, ц к. ед.;
- X_{82} – расход кормов всего на 1 гол., т к. ед.

Трудоемкость производства 1 т молока (X_{71}) по каждому хозяйству вычислялась делением затрат труда на выход продукции (валовой надой); кормоемкость 1 т молока (X_{81}) – делением общего расхода кормов на валовой надой.

Таким образом, часть сформированных показателей рассчитана на 1 т молока, другая часть – на 1 гол. Это связано с тем, что производство молока имеет свою специфику. Так, высокий выход продукции может быть обеспечен за счет большого поголовья стада или высокой продуктивности коров. Второе – предпочтительнее. Представляет интерес рассмотреть показатели как на 1 т молока, так и на 1 гол.

В работе использовались следующие методы исследования: группировка данных, сравнение, корреляционно-регрессионный анализ. Для проведения расчетов использовался табличный процессор MS Excel, надстройка Пакет анализа, средства Корреляция и Регрессия.

Основной метод исследования в работе – корреляционно-регрессионный анализ. Данный метод имеет широкое применение в экономических исследованиях, целью которых является изучение взаимосвязи и взаимовлияния экономических показателей друг на друга и построение качественных регрессионных моделей для целей прогнозирования.

Результаты исследований и их обсуждение. Ко всем хозяйствам области применим методику корреляционно-регрессионного анализа. Резуль-

тирующим показателем из перечисленных выбираем выход продукции на 1 голову (X_2). Теперь необходимо выяснить, какие факторные переменные следует включать в модель, а какие нет. Этот этап отбора факторных переменных и выбора вида уравнения регрессии в эконометрике носит название спецификации эконометрической модели.

Отбор факторных переменных. Проведем отбор факторных переменных на основе коэффициентов парной корреляции r_{x_i, x_j} , вычисленных в MS Excel средством *Анализ данных / Корреляция*.

В модель следует включать факторные переменные достаточно тесно связанные с резульативным признаком (X_2) и несвязанные между собой. Выводы:

1) переменная X_2 (выход продукции на 1 голову) можно взять в качестве резульативного признака, так как она умеренно и сильно связана с большинством факторных переменных;

2) переменные X_2 и X_{52} (затраты на корма) находятся в умеренной зависимости ($r_{x_2, x_{52}} = 0.518$), что соответствует экономическому содержанию этих показателей;

3) для показателей X_6 и X_{81} существует умеренная и сильная связь с выходом продукции X_2 и они слабо коррелируют между собой;

4) остальные переменные не могут быть включены в модель в силу слабой связи с резульативной переменной X_2 или коррелируют с другими переменными.

Таким образом, факторные переменные для включения в модель выявлены, потому возможна следующая зависимость:

$$\hat{X}_2 = f(X_{52}, X_6, X_{81})$$

Построение линейного уравнения регрессии. С помощью средства *Анализ данных / Регрессия* для факторных признаков было построено линейное уравнение (1), ниже приведены некоторые характеристики модели.

$$\hat{X}_2 = 7,696 + 0,251 \cdot X_{52} - 1,617 \cdot X_6 - 0,271 \cdot X_{81} \quad (1)$$

$$R^2 = 0,7154, \quad p_{52} = 4,64 \cdot 10^{-7}, \quad p_6 = 5,99 \cdot 10^{-4}, \quad p_{81} = 6,84 \cdot 10^{-22}.$$

Модель является значимой по F-критерию Фишера. Она имеет достаточно высокий коэффициент детерминации $R^2 = 0.7154$ (наблюдаемое изменение выхода продукции X_2 на 71,5% обусловлено включенными в модель факторными признаками, а остальные 28,5% – неучтенными факторами). Приведенные p -значения коэффициентов модели (1) при неизвестных свидетельствуют об их достоверности (p_i намного меньше 0,05).

Интерпретация коэффициентов модели. Для модели (1) имеем: если затраты на корма X_{52} увеличатся на 1 млн. руб., то выход продукции на 1 гол. возрастет на 251 тыс. руб. при неизменном значении X_6 и X_{81} ;

если оплата труда на 1 т продукции возрастет на 1 млн. руб., то выход продукции снизится на 1.617 млн. руб.; если кормоемкость вырастет на 1000 ц к. ед., то выход продукции снизится на 271 ц при неизменном значении остальных переменных.

Качество модели можно оценить по средней ошибке аппроксимации \bar{A} , которую вычислим по формуле:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\%$$

где $y = X_2$, $\hat{y}_x = \hat{X}_2$

Имеем: $\bar{A} = 9.66\%$, при допустимой средней ошибке аппроксимации 10-12%. Таким образом, ошибка аппроксимации линейной модели (1) является приемлемой.

Построение степенной модели. Построим нелинейную модель, например, степенную и выберем лучшую. Модель имеет вид:

$$\hat{X}_2 = A \cdot X_{52}^{\alpha_1} \cdot X_6^{\alpha_2} \cdot X_{91}^{\alpha_3}$$

Путем логарифмирования сводим эту модель к линейной:

$$\ln \hat{X}_2 = \ln A + \alpha_1 \cdot \ln X_{52} + \alpha_2 \cdot \ln X_6 + \alpha_3 \cdot \ln X_{91}$$

Далее, прологарифмировав исходные данные, с помощью средства *Анализ данных/Регрессия* было построено степенное уравнение (2):

$$\hat{X}_2 = 13.494 \cdot X_{52}^{0.281} \cdot X_6^{-0.111} \cdot X_{91}^{-0.637}, \quad (2)$$

$$R^2 = 0.7452, \quad p_{52} = 2.37 \cdot 10^{-8}, \quad p_6 = 5.77 \cdot 10^{-3}, \quad p_{91} = 1.77 \cdot 10^{-24}.$$

Модель является значимой по F-критерию Фишера. Она имеет достаточно высокий коэффициент детерминации $R^2 = 0.7452$. Приведенные p -значения коэффициентов при неизвестных в уравнении регрессии свидетельствуют об их достоверности ($p_i \ll 0.05$).

Интерпретация коэффициентов модели. Для модели (2) имеем: показатели степеней являются коэффициентами эластичности, показывающими, насколько изменится в среднем результат, если фактор изменится на 1% при неизменных других факторах.

Ошибка аппроксимации нелинейной модели (2) составляет $\bar{A} = 9.01\%$, что свидетельствует о том, что степенная модель немного лучше аппроксимирует исходные данные.

Заключение. Таким образом, выявленные статистические взаимосвязи между показателями позволили построить линейное и степенное уравнения множественной регрессии (1), (2), которые можно считать производственными функциями, и дать экономическую интерпретацию полученным коэффициентам. Определяющую роль в выбранной системе показателей играет среднегодовой удой. Для увеличения среднегодовой удои от одной коровы необходимо увеличивать затраты на корма, снижать оплату труда и кормоемкость.

Применение методов прикладной статистики и компьютерных технологий обеспечивает определенную точность и достоверность результатов, позволяет моделировать ситуации при различных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Naviny.by. Белорусские новости [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://naviny.by/rubrics/economic/2011/04/27/ic_news_113_366825.
2. БЕЛТА - Новости Беларуси [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.belta.by/ru/all_news/economics/Programma-razvitija-molochnoj-otrasli-na-2010-2015-gody-utverzhdena-v-Belarusi_i_532544.html.
3. Замков, О. О. Математические методы в экономике: учебник / О. О. Замков, А. В. Толстопятенко, Ю. Н. Черемных – М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, Издательство «ДИС», 1997. – С. 156-177.
4. Будько, О. Н. Моделирование эффективности производства молока в Гродненской области / О. Н. Будько, В. С. Захарова / Сборник научных трудов «Сельское хозяйство – проблемы и перспективы». – Т. 27, 2014. – С. 13-21.