

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЭКОНОМИКЕ

Грушевская В. В. – студент

Научный руководитель – **Парманчук О. Н.**

УО «Гродненский государственный аграрный университет»

г. Гродно, Республика Беларусь

В приложениях математики к экономической теории дифференциальные уравнения занимают важное место. Многие реальные экономические процессы описываются с помощью дифференциальных уравнений просто и полно. При моделировании процесса исследователь несколько идеализирует реальный процесс, сознательно упрощая изучаемое явление. Однако, без сомнений, эффективным способом математического моделирования является моделирование процессов в виде ДУ. Основной проблемой при этом является составление ДУ по условию поставленной задачи, а также решение полученного дифференциального уравнения.

Дифференциальные уравнения – это равенства, которые связывают дифференциалы или производные¹.

Рассмотрим задачу, связывающую дифференциальные уравнения и экономические процессы. Пусть s – спрос, q – предложение, которые определены только функцией цены $p(t)$. Рассмотрим равновесный рынок²: при увеличении цены предложение растет, а предложение положительно реагирует на скорость изменения цены $p'(t)$ и на темп роста цены $p''(t)$ (где $p(t)$ – дважды непрерывно дифференцируемая функция). Тогда уравнение предложения

$$q(t) = a_1 p'' + a_2 p' + a_3 p + a_0, \quad (1)$$

где $a_i, i = \overline{1,3}$ – положительные коэффициенты пропорциональности,

a_0 – начальное предложение.

Увеличение цены отрицательно влияет на спрос, а скорость роста тоже влияет на интерес к товару, то уравнение спроса

$$s(t) = b_1 p'' - b_2 p' - b_3 p + b_0, \quad (2)$$

где $b_i, i = \overline{1,3}$ – положительные коэффициенты пропорциональности,

b_0 – начальный спрос.

Тогда условие равновесия рынка приводит к равенству $q(t) \equiv s(t)$, откуда из (1) и (2) запишем

$$(a_1 - b_1)p'' + (a_2 + b_2)p' + (a_3 + b_3)p + a_0 - b_0 = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) – линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами, математическая модель рынка с прогнозируемыми ценами. В теории ДУ существует метод решения уравнений вида (3).

Рассмотрим частный случай этой задачи и решение ее с помощью пакета компьютерной математики Maple. Пусть $q(t) = 5p'' + 4p' + 2p + 3$, $s(t) = 4p'' - p' - 4p + 15$, $p_0 = p(0) = 3$, $q_0 = q(0) = 21$. Тогда получаем решение $p(t) = e^{-2t} + 2$.

```

> solve(1);
> with(ODEtools):
> T:=(a[1]-b[1])*diff(p(x),x)+a[2]+b[2]*diff(p(x),x)+1*(a[3]+b[3])*p(x)+a[4]-b[4]*0;

$$T = (a_1 - b_1) \left( \frac{d^2}{dx^2} p(x) \right) + (a_2 + b_2) \left( \frac{d}{dx} p(x) \right) + (a_3 + b_3) p(x) + a_4 - b_4 = 0;$$

> dehom := dehom(Y, Y, 1);
dehom :=

$$\frac{(a_1 - b_1) \left( \frac{d^2}{dx^2} p(x) + 2(a_2 b_2 + b_2^2 - 4a_2 a_1 + 4a_1 b_1 - 4b_2 a_1 + 4b_1 b_2) \frac{d}{dx} p(x) + (a_3 + b_3) \left( \frac{d^2}{dx^2} p(x) + 2(a_2 b_2 + b_2^2 - 4a_2 a_1 + 4a_1 b_1 - 4b_2 a_1 + 4b_1 b_2) \frac{d}{dx} p(x) + (a_3 + b_3) p(x) + a_4 - b_4 \right) \right)}{a_1 - b_1}$$

> a[1]:=5-a[2]:=-4-a[3]:=2-a[4]:=3-b[1]:=0-b[2]:=4-b[3]:=-4-b[4]:=15;
> dehom := simplify(dehom, 'radical');
dehom := p(t) = e(-2 t) C1 + e(-1 t) C2 + 2;
> p(t) := amp(1*3)*_C2+amp(-3*1)*_C1+2;
p(t) = e(-4 t) C2 + e(-3 t) C1 + 2;
> a1:=simplify(subs(a=0,p(t)))=3;a2:=simplify(subs(a=0,g(t)))=21;
a1 = 3; a2 = 21; C1 + 2 = 3; C2 + 2 = 21;
> m:=subs(a=a1,a21,1_C1_1_C21):p(t):=subs(m,p(t));
p(t) = e(-4 t) C2 + 2;
>

```

При этом $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = 2$, т. е. все цены стремятся к установившейся цене $p = 2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айнс, Э. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Э. Л. Айнс. – Харьков: ГНТИУ, 1939. – 719 с.
2. Матвеева, Т. Ю. Основы экономической теории: учеб. пособие для вузов / Т. Ю. Матвеева, И. Н. Никулина. – 2-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2005. – 442 с.

УДК 637.1:339.13(476)

ФОРМИРОВАНИЕ БРЭНДОВЫХ ОТНОШЕНИЙ НА РЫНКЕ МОЛОЧНЫХ ПРОДУКТОВ

Гузевич В. А. – студентка

Научный руководитель – Захорощко С. С.

УО «Гродненский государственный аграрный университет»

г. Гродно, Республика Беларусь

В настоящее время в силу достижения высокой степени насыщения национального рынка молочными продуктами на нем происходит ужесточение конкуренции. На данный момент рынок молочных продуктов в Беларуси является одним из высококонкурентных. В Республике Беларусь насчитывается около 40 предприятий, которые занимаются переработкой молока. Крупнейшими представителями молочной отрасли являются такие предприятия, как «Савушкин