

**XIX Международная научная конференция
по дифференциальным уравнениям**

ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ-2019

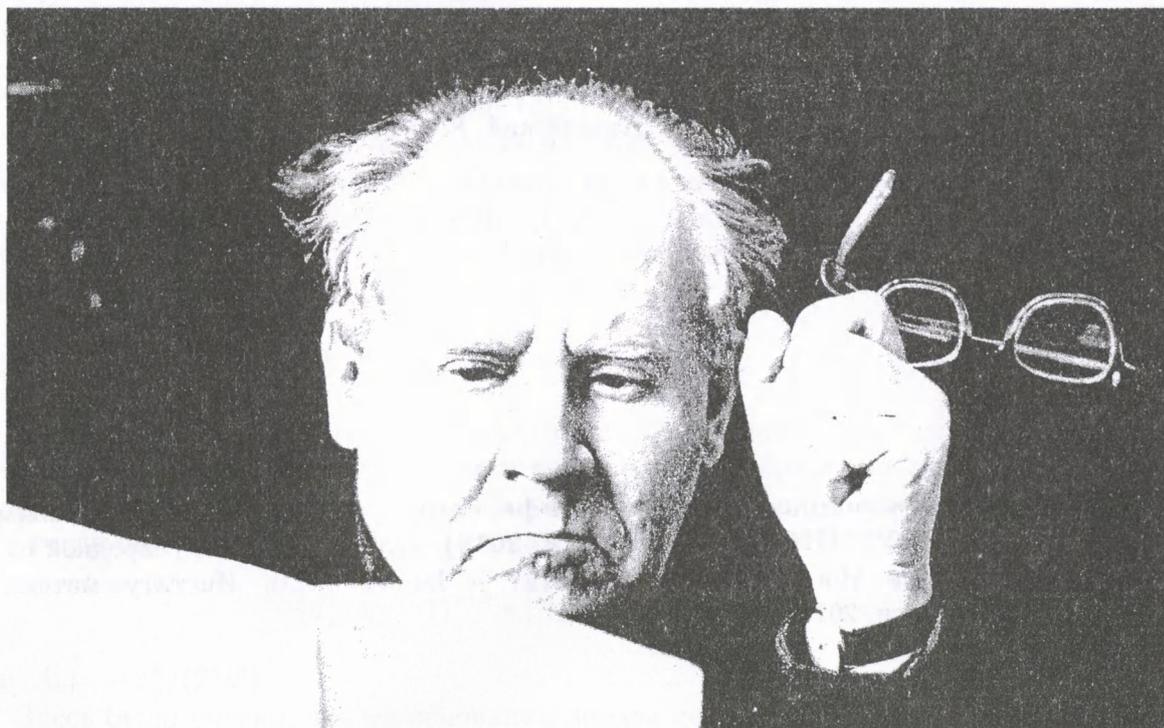
Материалы конференции

Часть 1

**14 – 17 мая 2019 года
Могилев, Беларусь**

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН БЕЛАРУСИ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**XIX Международная научная конференция
по дифференциальным уравнениям
(ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2019)**



Материалы конференции

Часть 1

**Аналитическая теория дифференциальных уравнений
Асимптотическая теория дифференциальных уравнений
Качественная теория дифференциальных уравнений
Теория устойчивости и управления движением**

МИНСК 2019

УДК 517.9
ББК 22.161.6я43
Д25

Редакторы:

А. К. Деменчук, С. Г. Красовский, Е. К. Макаров

XIX Международная научная конференция по дифференциальным Д25 уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2019): материалы Международной научной конференции. Могилев, 14–17 мая 2019 г. — Часть 1. — Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2019. — 144 с.

ISBN 978-985-7160-11-2 (Часть 1)
ISBN 978-985-7160-13-6

Сборник содержит доклады, представленные на XIX Международной научной конференции по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2019) по вопросам аналитической, асимптотической и качественной теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости и управления движением.

ISBN 978-985-7160-11-2 (Часть 1)
ISBN 978-985-7160-13-6

© Коллектив авторов, 2019
© Институт математики НАН Беларуси, 2019

РАЗЛИЧЕНИЕ ЦЕНТРА, ФОКУСА И СЕДЛО-ФОКУСА ДЛЯ ОДНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

А.А. Денисковец, В.Ю. Тыщенко

Для двумерной автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений вопрос различения центра и фокуса изучается достаточно длительное время (см., например, монографию [1]). Отметим также, что в многомерном случае аналогичные

проблемы почти не рассматривались. Далее мы будем рассматривать вопрос о различении топологического типа изолированного состояния равновесия $O(0, 0, 0)$ трехмерной однородной системы Дарбу

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a_1x + b_1y + c_1z + xF(x, y, z), \\ \frac{dy}{dt} &= a_2x + b_2y + c_2z + yF(x, y, z), \\ \frac{dz}{dt} &= a_3x + b_3y + c_3z + zF(x, y, z),\end{aligned}\quad (1)$$

где $F(x, y, z)$ есть гладкая однородная функция степени однородности $m \geq 1$, имеющей один вещественный и пару чисто мнимых характеристических корни. В этом случае возникает проблема о различении центра, фокуса и седло-фокуса [2, с. 202–203].

Непосредственными вычислениями убеждаемся [3], что в этом случае с помощью линейного однородного невырожденного преобразования (не меняющего топологический тип состояния равновесия $O(0, 0, 0)$) систему Дарбу (1) приводим к виду

$$\frac{dx}{dt} = -\beta y + xS(x, y, z), \quad \frac{dy}{dt} = \beta x + yS(x, y, z), \quad \frac{dz}{dt} = \lambda z + zS(x, y, z), \quad (2)$$

где $\beta\lambda \neq 0$, $S(x, y, z)$ есть гладкая однородная функция степени однородности $m \geq 1$. Далее, не умаляя общности, будем полагать $\lambda < 0$ (ибо в противном случае этого всегда можно добиться заменой независимой переменной $t \mapsto -t$).

Теорема 1. Если $\lambda < 0$, то состояние равновесия системы Дарбу (2) является:

- 1) фокусом при $\beta \int_0^{2\pi} S(\cos \tau, \sin \tau, 0) d\tau < 0$;
- 2) центром при $\beta \int_0^{2\pi} S(\cos \tau, \sin \tau, 0) d\tau = 0$;
- 3) седло-фокусом при $\beta \int_0^{2\pi} S(\cos \tau, \sin \tau, 0) d\tau > 0$.

Теорема 2. Для того чтобы при $\lambda \neq 0$ состояние равновесия $O(0, 0, 0)$ системы Дарбу (2) было устойчивым по Ляпунову, необходимо и достаточно, чтобы $\lambda < 0$ и $\beta \int_0^{2\pi} S(\cos \tau, \sin \tau, 0) d\tau \leq 0$.

Теорема 3. Для того чтобы при $\lambda \neq 0$ состояние равновесия $O(0, 0, 0)$ системы Дарбу (2) было асимптотически устойчивым, необходимо и достаточно, чтобы $\lambda < 0$ и $\beta \int_0^{2\pi} S(\cos \tau, \sin \tau, 0) d\tau < 0$.

Пусть теперь функция $F(x, y, z)$ (а значит, и функция $S(x, y, z)$) является однородным полиномом степени m .

Теорема 4. Состояние равновесия $O(0, 0, 0)$ с парой чисто мнимых и одним ненулевым характеристическим корнями полиномиальной системы Дарбу (1) при нечетном m является центром, устойчивым при отрицательном вещественном характеристическом корне, и неустойчивым при положительном вещественном характеристическом корне.

Теорема 5. Если трехмерное вещественное автономное проективное матричное уравнение Риккати имеет состояние равновесия с парой чисто мнимых и одним ненулевым характеристическими корнями, то данное состояние равновесия является центром, устойчивым при отрицательном вещественном характеристическом корне, и неустойчивым при положительном вещественном характеристическом корне.

Литература

1. Амелькин В. В., Лукашевич Н. А., Садовский А. П. *Нелинейные колебания в системах второго порядка*. Мн.: БГУ, 1982.
2. Пуанкаре А. *О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями*. М.; Л.: ГИТТЛ, 1947.
3. Блашкевич В. В., Денисковец А. А., Тыщенко В. Ю. *К вопросу о различении центра, фокуса и седло-фокуса для системы Дарбу* // Изв. Гомельского гос. ун-та. 2014. № 3. С. 10–14.

СОДЕРЖАНИЕ

Аналитическая теория дифференциальных уравнений

| | |
|---|----|
| Акимов В.А. Об одном аналитическом решении дифференциального уравнения k -го порядка | 3 |
| Амелькин В.В., Василевич М.Н. О фундаментальной матрице одного модельного уравнения Фукса | 4 |
| ✓ Андреева Т.К., Вerezкина Н.С., Пронько В.А. Об одном классе систем двух дифференциальных уравнений первого и второго порядков без подвижных многозначных особых точек | 5 |
| Громак В.И. О свойствах обобщенных полиномов Яблонского–Воробьева | 7 |
| ✓ Кулеш Е.Е. О свойстве Пенлеве для одного дифференциального уравнения в частных производных шестого порядка | 9 |
| ✓ Немец В.С. Целые решения с конечным числом нулей дифференциального уравнения второго порядка с экспоненциально-полиномиальными коэффициентами | 10 |
| ✓ Пецевич В.М., Селиверстова А.О. Свойство Пенлеве для дифференциальной системы специального вида | 11 |
| ✓ Проневич А.Ф. Обобщенная теорема Пуассона построения первых интегралов гамильтоновой дифференциальной системы | 12 |
| Хвоцинская Л.А. Некоторые частные случаи общего решения проблемы Римана для двух пар функций | 14 |
| Цегельник В.В. О решениях семейства трехмерных консервативных динамических систем с одной квадратичной нелинейностью | 15 |
| ✓ Чжан Б. О свойствах решений некоторых не полиномиальных дифференциальных уравнений третьего порядка | 16 |
| ✓ Чжан Б., Чэнь Я., Мартынов И.П., Пронько В.А. О рациональных решениях дифференциальных уравнений третьего порядка с подвижной особой линией | 18 |
| Rogosin S.V., Primachuk L.P., Dubatovskaya M.V. On solution of a case of \mathbb{R} -linear conjugation problem by the method of matrix-functions factorization | 20 |

Асимптотическая теория дифференциальных уравнений

| | |
|---|----|
| Алдибеков Т.М. Об одной системе дифференциальных уравнений | 23 |
| Асташова И.В. Об асимптотическом поведении сингулярных решений сингулярных уравнений типа Эмдена–Фаулера | 24 |
| Асташова И.В. О степенном и нестепенном поведении сингулярных решений | 25 |
| Барабанов Е.А., Быков В.В. Полное описание коэффициента неправильности Ляпунова семейств линейных дифференциальных систем | 28 |
| Бекряева Е.Б. Неинвариантность множества слабо экспоненциально дихотомических систем относительно операции сопряжения | 30 |
| Бондарь А.А. Условия экспоненциальной дихотомии для разностных уравнений с возмущенными коэффициентами | 31 |
| Быков В.В. Функции, определяемые показателями Ляпунова семейств линейных дифференциальных систем, непрерывно зависящих от параметра равномерно на временной полуоси | 32 |
| Ветохин А.Н. Множество точек полунепрерывности топологического давления | 36 |
| Деменчук А.К. Признак неразрешимости задачи управления асинхронным спектром линейных почти периодических систем с нулевым средним значением | 38 |
| Демиденко Г.В. Об одном классе систем дифференциальных уравнений и уравнениях с запаздывающим аргументом | 39 |
| Изобов Н.А., Ильин А.В. Эффект Перрона смены значений с произвольным суслинским множеством положительных характеристических показателей | 40 |
| Криваль О.Ф., Фоминых Е.И. О кинематическом и обобщенном кинематическом подобииматричнозначных функций с вещественным параметром-множителем | 42 |

| | |
|---|----|
| Липницкий А.В. Решение задачи Изобова–Богданова о множествах неправильности линейных дифференциальных систем | 44 |
| Макаров Е.К. Об адаптивных последовательностях для вычисления аналогов центрального показателя | 47 |
| Попова С.Н. О спектральном множестве двумерной системы с дискретным временем | 49 |
| Равчеев А.В. О соотношениях между бэровскими классами формул | 50 |
| Сергеев И.Н. Исследование перроновской и ляпуновской устойчивости по первому приближению | 51 |
| Сергеев И.Н. Об устойчивости решений по Перрону и по Ляпунову | 52 |
| Турковец Е.С. Об асимптотическом поведении знакопостоянных решений одного нелинейного уравнения четвертого порядка | 57 |
| Babiarz A., Czornik A., Niezabitowski M. Assignability of improperness coefficients of discrete linear time-varying systems | 59 |
| Babiarz A., Czornik A., Niezabitowski M. Separation result for discrete Volterra equations | 60 |
| Kiguradze I. Two-point boundary value problems for essentially singular second order differential equations | 61 |

Качественная теория дифференциальных уравнений

| | |
|---|----|
| Амелькин В.А., Руденок А.Е. Изохронные центры рациональных систем Лъенара | 63 |
| Белокурский М.С. Необходимое условие существования сильно нерегулярных периодических решений системы двух линейных дискретных периодических уравнений | 64 |
| Бондарев А.Н. К разрешимости и построению решения многоточечной краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова с параметром | 65 |
| Боревич Е.З. Явление бифуркации в нелинейной краевой задаче из теории полупроводников | 67 |
| Борухов В.Т., Кветко О.М. Критерии сильной вложимости дифференциальных систем с полиномиальной правой частью | 68 |
| Гребенцов Ю.М. Итерационный алгоритм построения периодических решений линейных неавтономных систем второго порядка с линейным параметром | 70 |
| Гринь А.А., Рудевич С.В. Трансверсальные кривые для определения точного числа предельных циклов автономной системы на цилиндре | 71 |
| Денисковец А.А., Тыщенко В.Ю. Различение центра, фокуса и седло–фокуса для одной дифференциальной системы третьего порядка | 73 |
| Денисов В.С. О единственности устойчивого предельного цикла динамической системы с иррациональной нелинейностью по одной переменной | 75 |
| Детченя Л.В., Маковецкая Т.В., Ратушева Ю.Л., Садовский А.П. Центр одной шестипараметрической системы Колмогорова | 76 |
| Кашпар А.И. К разрешимости задачи Валле–Пуссена для матричного уравнения Ляпунова второго порядка с параметром | 77 |
| Кузьмич А.В., Гринь А.А. Выделение класса обобщенных систем брюсселятора с единственным предельным циклом | 79 |
| Лаптинский В.Н. К регуляризации периодической краевой задачи для существенно нелинейных неавтономных дифференциальных систем | 81 |
| Ливинская В.А. Об аналитической структуре и построении периодических решений матричного уравнения Ляпунова второго порядка с параметром | 82 |
| Маковецкая О.А. К конструктивному анализу периодической краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова–Риккати с параметром | 83 |
| Маковецкий И.И. Левосторонняя регуляризация двухточечной краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова с параметром | 85 |
| Малышева О.Н. О распределениях предельных циклов двухпараметрических квадратичных систем с двумя конечными особыми точками | 86 |
| Мироненко В.В. О периодических решениях двумерной дифференциальной системы с квадратичной правой частью | 88 |

| | |
|--|-----|
| Мироненко В.И. Отражающая функция и проблема центра-фокуса | 89 |
| Мусафиров Э.В. Достаточное условие устойчивости неавтономно возмущенной автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений | 90 |
| Подолян С.В. К существованию и построению периодических решений матричного уравнения Ляпунова с параметром | 91 |
| Роголев Д.В. К анализу периодической краевой задачи для линейно возмущенной системы матричных уравнений типа Риккати с параметром | 92 |
| Руденок А.Е. Рациональные системы Льенара с центром | 94 |
| Сидоренко И.Н. Предельные циклы «нормального размера» систем Льенара типа $3A + 2S$ с симметричным векторным полем | 96 |
| Тыщенко В.Ю. О первых интегралах комплексных автономных систем уравнений в полных дифференциалах | 97 |
| Чергинец Д.Н. Об аналитической неразрешимости проблемы центра и фокуса | 98 |
| Шамолин М.В. Интегрируемые динамические системы пятого порядка с диссипацией ... | 100 |

Теория устойчивости и управления движением

| | |
|---|-----|
| Альсевич В.В. Условия оптимальности для систем с запаздыванием в классе дискретных управляющих воздействий | 102 |
| Астровский А.И. Стационарные орбиты линейных нестационарных систем наблюдения ... | 104 |
| Безяев В.И. Устойчивость решений одного класса недиагональных квазилинейных параболических систем | 105 |
| Борковская И.М., Пыжкова О.Н. Достаточные условия стабилизируемости гибридной системы | 106 |
| Гончарова М.Н. О решении одной задачи быстродействия с фазовым ограничением | 107 |
| Горячкин В.В., Крахотко В.В., Размыслович Г.П., Широканова Н.И. Управление ансамблем линейных двухпараметрических нестационарных дискретных систем в условиях неопределенности | 109 |
| Дмитрук Н.М. Алгоритм децентрализованного управления линейными динамическими системами с возмущениями и смешанными ограничениями | 111 |
| Дымков М.П. Управляемость и оптимизация линейных нестационарных многошаговых систем управления | 113 |
| Зайцев В.А., Ким И.Г. Об управлении спектром и стабилизации билинейных систем с несколькими запаздываниями | 114 |
| Калинин А.И. Относительная управляемость сингулярно возмущенных линейных систем в подпространстве | 116 |
| Калитин Б.С. О теореме Ляпунова для полудинамических систем | 117 |
| Козлов А.А., Туфик И. Свойство равномерной полной управляемости в гильбертовом пространстве | 118 |
| Костюкевич Д.А., Дмитрук Н.М. Управление по прогнозирующей модели линейными системами с возмущениями на основе стратегий с замыканиями | 120 |
| Купцова С.Е., Зараник У.П. Об асимптотической устойчивости систем с запаздыванием | 122 |
| Лавринович Л.И., Гордиенко Л.И. Асимптотика решения линейно-квадратичных задач оптимального управления с большой длительностью процесса при наличии линейных терминальных ограничений | 124 |
| Матвеева И.И. Об устойчивости решений некоторых классов систем дифференциальных уравнений с запаздыванием | 125 |
| Метельский А.В., Хартовский В.Е. О точном восстановлении решения линейных систем нейтрального типа | 126 |
| Павловец М.Е., Дмитрук Н.М. Применение методов машинного обучения в системах управления по прогнозирующей модели | 127 |
| Пилипчук Л.А. О математических моделях и конструктивных методах построения решений обратных задач дробно-линейного потокового программирования | 129 |

| | |
|--|-----|
| Хартовский В.Е. Об асимптотической оценке решения асимптотически наблюдаемых линейных систем нейтрального типа | 131 |
| Ыскак Т.К. О робастной устойчивости систем дифференциальных уравнений нейтрального типа с распределенным запаздыванием | 132 |
| Tsekhan O.V. On sufficient robust conditions of function space controllability for linear singularly perturbed systems with multiple delays on the basis of decoupling transformation | 133 |
| Авторы докладов | 136 |

Научное издание

**XIX Международная научная конференция
по дифференциальным уравнениям
(ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2019)**

Материалы конференции

Часть 1

Редакторы *А. К. Деменчук, С. Г. Красовский, Е. К. Макаров*
Компьютерная верстка *С. Г. Красовский, Г. И. Кузнецова*

Подписано в печать 23.04.2019 г.

Формат 60 × 84 ¹/₈. Усл. печ. л. 16,74. Уч.-изд. л. 15,06. Тираж 95 экз. Зак. 3.

Отпечатано на ризографе Института математики НАН Беларуси.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Институт математики НАН Беларуси.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/257 от 2 апреля 2014 г.

200072, Минск, ул. Сурганова, 11.